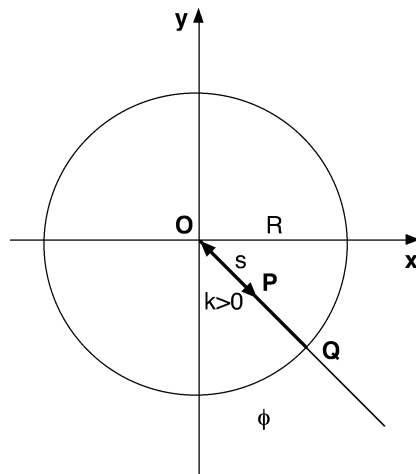


Un disco materiale pesante omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  e' vincolato a ruotare nel piano verticale  $O(x, y)$  attorno al suo centro  $O$ , che e' fisso. Sul disco e' praticata una scanalatura  $OQ$ , di spessore trascurabile e lunghezza  $R$ , con  $Q$  un punto del bordo. Nella scanalatura si muove un punto materiale  $P$  di massa  $m$ , sul quale, oltre alla forza peso, agisce una molla di costante elastica  $k > 0$  e centro  $O$ . Scelte come coordinate Lagrangiane la distanza  $s$  di  $P$  da  $O$  e l'angolo  $\phi$  che la scanalatura  $OQ$  forma la verticale, si chiede di:



1. scrivere l'energia cinetica del sistema;
2. scriverne l'energia potenziale;
3. scrivere le equazioni di Lagrange;
4. caratterizzare completamente i moti a  $\phi$  costante;
5. dimostrare che non sono possibili moti ad  $s$  costante.